§ 6. Алгоритъм на симплекс метода

6.1. Алгоритъм на симплекс метода

Тук ще систематизираме резултатите в предния въпрос. При прилагането на симплекс метода следваме следните стъпки:

1. Дадената задача привеждаме в канонична форма с неотрицателен вектор на ограниченията и задачата да е за max:

$$\max_{x \in X} c^T x$$

$$X : \left| \begin{array}{l} Ax = b, \quad b \geq 0 \\ x \geq 0. \end{array} \right.$$

2. Привеждаме ограниченията в базисен вид, т.е. решаваме системата от ограничения $Ax = b$ спрямо m променливи, които следва да бъдат положителни (базисни променливи) при нулева стойност на останалите (небазисни). Системата $Ax = b$ следва да е еквивалентна на система $x_B + B^{-1} N x_N = \beta$, където $\beta = B^{-1} b > 0$. Отбелязваме, че условието $\beta > 0$ при изродена задача е с нестрого неравенство.

Нека $x_B = (x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_m})$, тогава

$$B = (a_{k_1}, a_{k_2}, \ldots, a_{k_m}), \quad N = (a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots, a_{j_{n-m}}).$$

За индексите имаме

$$I_B = \{k_1, k_2, \ldots, k_m\}, \quad J_N = \{j_1, j_2, \ldots, j_{n-m}\}, \quad I_B \cup J_N = \{1, 2, \ldots, n\}.$$

Нека елементите на $B^{-1}(B|N)$ бележим с α_{ij}. Тогава системата от ограничения в базисен вид изглежда:

$$X : \left| \begin{array}{llllllll} x_{k_1} & & \cdots & & +\alpha_{1j_1} x_{j_1} & +\alpha_{1j_2} x_{j_2} & \cdots & +\alpha_{1,j_{n-m}} x_{j_{n-m}} & = \beta_1 \\ & x_{k_2} & \cdots & & +\alpha_{2j_1} x_{j_1} & +\alpha_{2j_2} x_{j_2} & \cdots & +\alpha_{2,j_{n-m}} x_{j_{n-m}} & = \beta_2 \\ & & \ddots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ & & & x_{k_m} & +\alpha_{mj_1} x_{j_1} & +\alpha_{mj_2} x_{j_2} & \cdots & +\alpha_{m,j_{n-m}} x_{j_{n-m}} & = \beta_m \\ x_j \geq 0\,, & j = 1, 2, \ldots, n\,. \end{array} \right.$$

От горната система определяме началния опорен план (крайна точка на X):

$$x^{(0)} = \Big(0, \ldots, 0,\ \overset{x_{k_1}}{\beta_1},\ 0, \ldots, 0,\ \overset{x_{k_2}}{\beta_2},\ 0, \ldots, 0,\ \overset{x_{k_m}}{\beta_m},\ 0, \ldots, 0\Big).$$

3. За текущия опорен план пресмятаме величините Δ_j:

$$\Delta = (\Delta_1, \ldots, \Delta_{k_1}, \ldots, \Delta_{k_2}, \ldots, \Delta_{k_m}, \ldots, \Delta_n),$$

по формулата $\Delta_j = c_B^T \alpha_j - c_j$, където

$$c_B = (c_{k_1}, c_{k_2}, \ldots, c_{k_m})^T, \quad \alpha_j = (\alpha_{1j}, \alpha_{2j}, \ldots, \alpha_{mj})^T.$$

Отбелязваме, че при $j = k_i$, $i = 1, 2, \ldots, m$, т.е. за базисните оценки имаме

$$\Delta_{k_i} = c_B^T \alpha_{k_i} - c_{k_i} = c_B^T e_{k_i} - c_{k_i} = c_{k_i} - c_{k_i} = 0.$$

Освен това пресмятаме и $\Delta_0 = c_B^T \beta$, което е стойността на целевата функция z в текущия опорен план $\bar{x}$ – $z(\bar{x})$.

4. Проверяваме критерия за оптималност, т.е. дали $\Delta_j \geq 0$ за всяко $j \in J_N$:

4.1. Ако съществува $j \in J_N$, за който $\Delta_j < 0$, тогава измежду тях избираме най-малкото. Нека $\min\{\Delta_j : \Delta_j < 0\} = \Delta_q$. Векторът на условията α_q (q-тият стълб на матрицата на условията) се нарича *разрешаващ* или *ключов стълб*. Преминаваме към **т. 5**;

4.2. Ако $\Delta_j > 0$ за всяко $j \in J_N$, то текущият опорен план е оптимален и е **единствен** такъв. Преминаваме към **т. 7**;

4.3. Ако $\Delta_j \geq 0$ за всяко $j \in J_N$, но съществува $q \in J_N$, за който $\Delta_q = 0$, тогава текущият опорен план е оптимален и не е единствен. Съответстващите вектори на условията α_q на $\Delta_q = 0$ също се проявяват като *разрешаващи*. Преминаваме към **т. 5** толкова пъти, колкото разрешаващи стълбове има, т.е. за всеки поотделно. След намиране на всички съседни оптимални опорни планове на текущия план приемаме съседните планове поотделно за текущи и преминаваме към **т. 3**. В тази точка съблюдаваме да не се получи връщане към вече запомнен оптимален опорен план, което е предпоставка за зацикляне на алгоритъма. След изчерпване на всички оптимални опорни планове преминаваме към **т. 6**.

5. Построяваме съседен опорен план на текущия план. Разглеждаме вектора на условията $\alpha_q = (\alpha_{1q}, \alpha_{2q}, \ldots, \alpha_{mq})^T$.

Проверяваме дали $\alpha_q \leq 0$.

5.1. Ако $\alpha_q \leq 0$, то текущият опорен план няма съседен, в който да се подобрява стойността на целевата функция. Нещо повече, от текущия опорен план x излиза неограничен ръб с параметрично уравнение $x_t = x + t\ell, \quad t \geq 0$, където ℓ е направляващ вектор с координати

$$\begin{aligned}
&\ell_q = 1,\\
&\ell_{k_i} = -\alpha_{iq}, \quad i = 1, 2, \ldots, m,\\
&\ell_j = 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n \ \text{ и } \ j \neq q, k_1, k_2, \ldots, k_m.
\end{aligned}$$

Ако в тази точка сме дошли от **т. 4.3**, запомняме направляващия вектор ℓ и се връщаме в **4.3**, иначе задачата **няма решение** поради неограниченост на целевата функция, и преминаваме към **т. 7**.

5.2. Ако съществува $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$, за който $\alpha_{iq} > 0$, тогава избираме най-малкото отношение

$$\frac{\beta_{k_p}}{\alpha_{pq}} = \min\left\{\frac{\beta_{k_p}}{\alpha_{iq}} : \alpha_{iq} > 0\right\}.$$

Редът, в който се намира α_{pq} на матрицата на условията, т.е. p-тия, се нарича *разрешаващ* или *ключов ред*, а самият елемент α_{pq} се нарича *разрешаващ* или *ключов елемент.*

Новият опорен план, както казахме в предния въпрос, получаваме по формулата

$$x' = \begin{pmatrix} x_B - \frac{\beta_{k_p}}{\alpha_{pq}}\alpha_q \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{\beta_{k_p}}{\alpha_{pq}} e_q,$$

откъдето за координатите имаме

$$x'_{k_i} = x_{k_i} - \frac{\beta_{k_p}}{\alpha_{pq}}\alpha_{iq} = \beta_{k_i} - \frac{\beta_{k_p}}{\alpha_{pq}}\alpha_{iq}, \quad i = 1, 2, \ldots, m,$$

$$x'_q = \frac{\beta_{k_p}}{\alpha_{pq}},$$
$$x'_j = 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n, \quad j \neq q, k_1, k_2, \ldots, k_m.$$

Отбелязваме, че $x'_{k_p} = 0$. Това означава, че x'_{k_p} излиза от базиса, а новата базисна променлива е x_q. С други думи, в множеството I_B от индекси на базисните променливи имаме промяната $k_p := q$. Тази смяна на променливите изисква ново базисно представяне на системата ограничения, което се постига чрез еквивалентни преобразувания в системата, като се спазва условието новият вектор на условията $\alpha'_q = e_q$,, т.е. $\alpha'_{pq} = 1$ и $\alpha'_{iq} = 0$ за $i = 1, 2 \ldots, m, \; i \neq p$. Еквивалентните преобразувания се извършват по метода на Гаус за изключване на фиксирана променлива (в случая x_q) от всички уравнения, с изключение на едно (в случая p-тото), в което тя участва с коефициент единица.

Ще припомним тази стъпка от метода на Гаус: умножаваме ред p с $1/\alpha_{pq}$, след което новополучения ред, умножен последователно с $-\alpha_{iq}$, и прибавяме към i-ти ред. В резултат получаваме базисно представяне на ограниченията, базисно решение на което е опорният план x'. Елементите на новата матрица на условията и векторът на ограниченията се получават по формулите:

$$\alpha'_{pj} = \frac{\alpha_{pj}}{\alpha_{pq}}, \qquad j = 1, 2, \ldots, n;$$
$$\alpha'_{ij} = \alpha_{ij} - \frac{\alpha_{iq}\alpha_{pj}}{\alpha_{pq}}, \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \ldots, m, \; i \neq p, \\ j = 1, 2, \ldots, n; \end{array}$$
$$\beta'_q = \frac{\beta_q}{\alpha_{pq}};$$
$$\beta'_i = \beta_i - \frac{\beta_q \alpha_{pj}}{\alpha_{pq}}, \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Ако сме дошли от **т. 4.1**, се връщаме в **т. 3**, иначе запомняме построения опорен план, който също е оптимален, и се връщаме в **т. 4.3**.

6. Нека всички оптимални опорни планове са $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(\mu)}$ и всички направления, по които има неограничени ръбове на множеството

X са $\ell^1, \ell^2, \ldots, \ell^\nu$. Тогава общият запис на всички решения е

$$x = \sum_{k=1}^{\mu} \lambda_k x^{(k)} + \sum_{k=1}^{\nu} t_k \ell^k,$$

където

$$\sum_{k=1}^{\mu} \lambda_k = 1, \quad \lambda_k \geq 0, \quad t_k \geq 0;$$

7. Край.

Забележка 6.1. *Ако задачата е неизродена, гореописаният алгоритъм на симплекс метода монотонно води до решение на задачата, но при изродена е възможно преминаване през изроден опорен план, при който минималното отношение в* ***т. 5.2*** *се получава за k_p такова, че $\beta_{k_p} = 0$. Но при тази ситуация не се преминава към съседен опорен план, а само се променя басисът на текущия опорен план. При тази смяна не се променя стойността на функцията и при наличие на няколко базиса на един опорен план е твърде вероятно да настъпи* зацикляне*. За решаването на този проблем препоръчваме [7].*

6.2. Таблична форма на симплекс метода

Гореописаният алгоритъм на симплекс метода се изпълнява обикновено в таблична форма. Задачата, приведена в канонична форма и базисен вид на ограниченията, се нанася в таблица, наречена *симплекс таблица.*

Таблица 6.1 е симплекс таблица, съответстваща на опорен план:

$$x = \Big(0, \ldots, 0, \overset{x_{k_1}}{\beta_1}, 0, \ldots, 0, \overset{x_{k_2}}{\beta_2}, 0, \ldots, 0, \overset{\ldots \quad x_{k_m}}{\beta_m}, 0, \ldots, 0\Big).$$

Предполагаме, че в таблицата *индексният ред* (последният ред, в който са делтите) съдържа отрицателна Δ_j, което съгласно критерия за оптималност означава, че текущият опорен план не е оптимален. Освен това в този случай на неоптимален план в таблицата са отбелязани съответно разрешаващият стълб – q (Δ_q е най-малката оценка), разрешаващият ред – p (минималното отношение β_i/α_{iq} за $\alpha_{iq} > 0$ е β_p/α_{pq}) и разрешаващият елемент – α_{pq}.

Таблица 6.1: Симплекс таблица

B	c_B	β	x_1	$\dots$	x_{k_1}	$\dots$	x_{k_2}	$\dots$	x_{k_p}	$\dots$	x_q	$\dots$	x_{k_m}	$\dots$	x_n
			c_1	$\dots$	c_{k_1}	$\dots$	c_{k_2}	$\dots$	c_{k_p}	$\dots$	c_q	$\dots$	c_{k_m}	$\dots$	c_n
x_{k_1}	c_{k_1}	β_1	α_{11}	$\dots$	1	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	α_{1q}	$\dots$	0	$\dots$	α_{1n}
x_{k_2}	c_{k_2}	β_2	α_{21}	$\dots$	0	$\dots$	1	$\dots$	0	$\dots$	α_{2q}	$\dots$	0	$\dots$	α_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$								$\vdots$				$\vdots$
x_{k_p}	c_{k_p}	β_p	α_{p1}	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	1	$\dots$	α_{pq}	$\dots$	0	$\dots$	α_{pn}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$								$\vdots$				$\vdots$
x_{k_m}	c_{k_m}	β_m	α_{m1}	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	α_{mq}	$\dots$	1	$\dots$	α_{mn}
$z(x) = \Delta_0$			Δ_1	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	Δ_q	$\dots$	0	$\dots$	Δ_n

Следващата Таблица 6.2 съответства на съседния опорен план на плана от Таблица 6.1.

Таблица 6.2: Симплекс таблица

B	c_B	β	x_1	$\dots$	x_{k_1}	$\dots$	x_{k_2}	$\dots$	x_{k_p}	$\dots$	x_q	$\dots$	x_{k_m}	$\dots$	x_n
			c_1	$\dots$	c_{k_1}	$\dots$	c_{k_2}	$\dots$	c_{k_p}	$\dots$	c_q	$\dots$	c_{k_m}	$\dots$	c_n
x_{k_1}	c_{k_1}	β'_1	α'_{11}	$\dots$	1	$\dots$	0	$\dots$	α'_{1k_p}	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	α'_{1n}
x_{k_2}	c_{k_2}	β'_2	α'_{21}	$\dots$	0	$\dots$	1	$\dots$	α'_{2k_p}	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	α'_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$								$\vdots$				$\vdots$
x_q	c_q	β'_p	α'_{p1}	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	α'_{pk_p}	$\dots$	1	$\dots$	0	$\dots$	α'_{pn}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$								$\vdots$				$\vdots$
x_{k_m}	c_{k_m}	β'_m	α'_{m1}	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	α'_{mk_p}	$\dots$	0	$\dots$	1	$\dots$	α'_{mn}
$z(x) = \Delta_0$			Δ_1	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	Δ_p	$\dots$	0	$\dots$	0	$\dots$	Δ_n

Елементите на Таблица 6.2 се пресмятат по формулите в **т. 5.2** от описания алгоритъм в предходната точка.

Със следващия пример ще покажем приложението на симплекс метода.

Пример 6.1. *Да се реши със симплекс метода следната задача:*

$$\max\{4x_1 + 2x_2\}$$

$$\left|\begin{array}{l} \begin{array}{rrcr} -x_1 & +3x_2 & \le & 9 \\ 2x_1 & +3x_2 & \le & 18 \\ 2x_1 & -\,x_2 & \le & 10 \end{array} \\ \\ x_1 \ge 0\,, \quad x_2 \ge 0\,; \end{array}\right.$$

Решение: На първа стъпка от алгоритъма установяваме, че задачата е за максимум и е в симетрична форма. Необходимо е да приведем в канонична форма с неотрицателен вектор на ограниченията. Във всяко ограничение от тип неравенство добавяме допълнителна неотрицателна такава и получаваме каноничната задача:

$$\max\{4x_1 + 2x_2\}$$

$$\left|\begin{array}{l} \begin{array}{rrrrrcr} -x_1 & +3x_2 & +x_3 & & & = & 9 \\ 2x_1 & +3x_2 & & +x_4 & & = & 18 \\ 2x_1 & -\,x_2 & & & +x_5 & = & 10 \end{array} \\ \\ x_j \ge 0\,, \quad j = 1, 2, \ldots, 5. \end{array}\right.$$

Векторът на ограниченията $b = (9, 18, 10)^T$ е положителен. Следователно условието $b \ge 0$ е удовлетворено.

На втора стъпка следва каноничната задача да се сведе до базисен вид на ограниченията. Но това също е налице. Нещо повече: *винаги при привеждане на симетрична задача в канонична форма, системата от ограничения се привежда едновременно и в базисен вид.*

Базисните променливи са: x_3, x_4 и x_5. Матрицата на базиса B и матрицата N са:

$$B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a_3 & a_4 & a_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}, \qquad N = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} a_1 & a_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Въведените индексни множества в алгоритъма в този случай са:

$$I_B = \{3, 4, 5\} \quad \text{и} \quad I_N = \{1, 2\}\,.$$

Началният опорен план е

$$x^{(0)} = \begin{array}{c} \\ \big(\end{array}\begin{array}{ccccc} & & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0, & 0, & 9, & 18, & 10 \end{array}\begin{array}{c} \\ \big). \end{array}$$

Продължаваме с табличната форма на алгоритъма. Всички данни от задачата нанасяме в симплекс таблица (СТ) – Таблица 6.3, и пресмятаме индексните оценки – Δ_j (трета стъпка от алгоритъма).

Таблица 6.3: Първа СТ

B	c_B	β	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
			4	2	0	0	0	Отн.
x_3	0	9	-1	3	1	0	0	
x_4	0	18	2	3	0	1	0	18/2
x_5	0	10	2	-1	0	0	1	10/2
$z(x^{(0)}) = 0$			-4	-2	0	0	0	
Δ_j		Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	

На четвърта стъпка проверяваме критерия за оптималност. Оказва се, че опорният план $x^{(0)}$ не е оптимален, понеже съществуват отрицателни индексни оценки (попадаме в случай **4.1**).

Преминаваме към построяване на съседен опорен план (пета стъпка от алгоритъма). Избираме за разрешаващ(ключов) стълб a_1, понеже Δ_1 е най-малката оценка. За разрешаващ ред избираме реда с най-малко отношение $\beta_i/\alpha_{i1} : \ \alpha_{i1} > 0$, в случая избираме от $\{18/2; 10/2\}$ (попадаме на случай **5.2**).

Построяваме новата симплекс таблица – Таблица 6.4 със съответния опорен план. Променливата x_1 сменя x_5 в базиса. Ключовия ред разделяме на ключовия елемент и записваме в новата таблица, след което прилагаме метода на Гаус за изключване на x_1 от първите две ограничения (редове на таблицата).

Таблица 6.4: Втора СТ

			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
B	c_B	β	4	2	0	0	0	Отн.
x_3	0	14	0	$\frac{5}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	28/5
x_4	0	8	0	4	0	1	-1	10/4
x_1	4	5	1	$-\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	
$z(x^{(1)}) = 20$			0	-4	0	0	2	

Новият опорен план е $x^{(1)} = (5, 0, 14, 10, 0)^T$, който също не е оптимален, понеже има отрицателна оценка в индексния ред. Преминаваме към нов съседен опорен план, като попълваме следващата Таблица 6.5:

Таблица 6.5: Трета СТ

			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
B	c_B	β	4	2	0	0	0
x_3	0	9	0	0	1	$-\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}$
x_2	2	2	0	1	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$
x_1	4	6	1	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
$z(x^{(2)}) = 28$			0	0	0	1	1

Текущият опорен план $x^{(2)} = (6, 2, 9, 0, 0)$ се оказва оптимален, тъй като е изпълнен критерият за оптималност $\Delta_j \geq 0$. Освен това всички небазисни оценки са положителни, следователно каноничната задача има единствено решение (попадаме в **т. 4.2** на алгоритъма).

Оптималното решение на изходната задача е $\bar{x} = (6, 2)^T$ с максимална стойност на целевата функция $z_{max} = z(\bar{x}) = 28$.

Нека разгледаме и следващия пример:

Пример 6.2. *Да се реши със симплекс метода следната задача:*

$$\max\{x_1 + x_2 + x_3\}$$

$$\left|\begin{array}{lllll} x_1 & +2x_2 & -3x_3 & = & 3 \\ & +2x_2 & +5x_3 & \leq & 5 \\ \multicolumn{5}{l}{x_2 \geq 0\,,\ \ x_3 \geq 0\,.} \end{array}\right.$$

Решение: Привеждаме задачата в канонична форма. Тук освен ограничения от вида неравенства има и свободна променлива, която я представяме като разлика на две неотрицателни: $x_1 = x_1' - \xi$. Добавяме допълнителна неотрицателна променлива x_4 към лявата страна на второто ограничение(неравенството). Така получаваме каноничната задача:

$$\max\{x_1' + x_2 + x_3 - \xi\}$$

$$\left|\begin{array}{lllllll} x_1' & +x_2 & -3x_3 & & -\xi & = & 3 \\ & +2x_2 & +5x_3 & +x_4 & & = & 5 \\ \multicolumn{7}{l}{x_1' \geq 0,\ \xi \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0\,.} \end{array}\right.$$

Получената КЗ е и в базисен вид на ограниченията. Базисни променливи са x_1' и x_4, а съответно базисно решение или опорен план на задачата е $x^{(0)} = (3, 0, 0, 5, 0)^T$. Продължаваме със симплекс таблиците:

Таблица 6.6: СТ

			x_1'	x_2	x_3	x_4	ξ	
B	c_B	β	1	1	1	0	-1	Отн.
x_1'	1	3	1	1	-3	0	-1	
x_4	0	5	0	2	5	1	0	5/5
$z(x^{(0)}) = 3$			0	0	-4	0	0	
x_1'	1	6	1	$\frac{11}{5}$	0	$\frac{3}{5}$	-1	
x_3	1	1	0	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	0	
$z(x^{(1)}) = 7$			0	$\frac{8}{5}$	0	$\frac{4}{5}$	0	

В последната симплекс таблица всички индексни оценки са неотрицателни. Следователно полученият опорен план $x^{(1)} = (6, 0, 1, 0, 0)$ е оптимален. Освен това оценката, съответстваща на небазисната променлива ξ, е нула, следователно полученото решение не е единствено. Последният стълб в таблицата от коефициенти пред ξ е неположителен, което е признак, че няма друга крайна точка, а имаме неограничен ръб с направление $\ell = (1, 0, 0, 0, 1)$. Следователно общото решение на каноничната задача е

$$\hat{x} = x^{(1)} + t\ell = (6 + t, 0, 1, 0, 0 + t)^T, \quad t \geq 0.$$

Оттук решението на изходната задача е: $\bar{x} = (6, 0, 1)^T$ с максимална стойност на целевата функция $z_{max} = z(\bar{x}) = 7$.

В разгледаните примери по една или друга причина привеждането в базисен вид на ограниченията и изборът на начален опорен план беше сравнително лесно, но в общия случай това невинаги е така. Изборът на начален опорен план е разгледан в следващия въпрос.

Въпроси и задачи за самостоятелна работа

- Кога каноничната задача на ЛО има единствено решение?

- Да се реши задачата:

$$\max\{6x_1 + 4x_2 - 14x_3\}$$

$$\left|\begin{array}{cccccl} x_1 & -x_2 & -3x_3 & +x_4 & & = \; 1 \\ & x_2 & +x_3 & -x_4 & & = \; 2 \\ & & x_3 & & +x_5 & = \; 4 \\ \multicolumn{6}{l}{x_j \geq 0\,, \quad j = 2, 3, 4, 5\,.} \end{array}\right.$$