

# Класификация чрез Бейс

Доц. д-р Ивайло Пенев

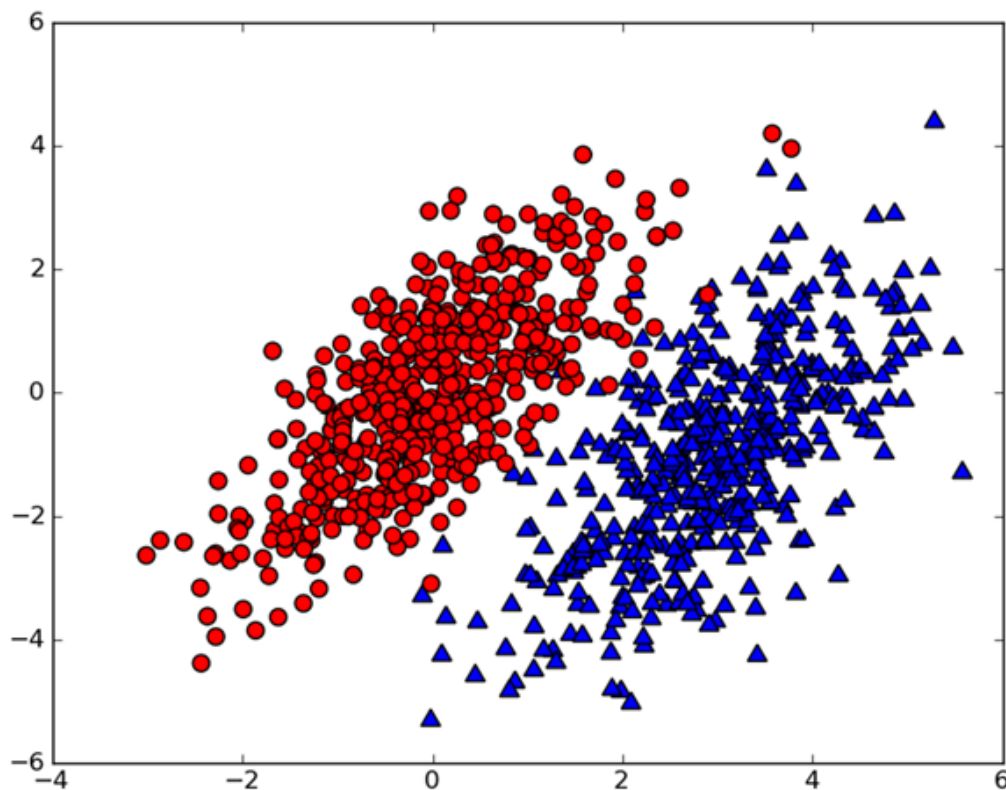
Кат. „Компютърни науки и  
технологии“

# Типични задачи

- Класификация на spam
  - Да предскажем дали даден email е spam
- Медицинска диагноза
  - По даден списък със симптоми да предскажем дали пациент боледува от болест X или не
- Прогноза за време
  - По дадени температура, влажност и др. да предскажем дали утре ще вали

# Теория на Бейс при вземане на решения (Thomas Bayes)

- Имаме два класа данни  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

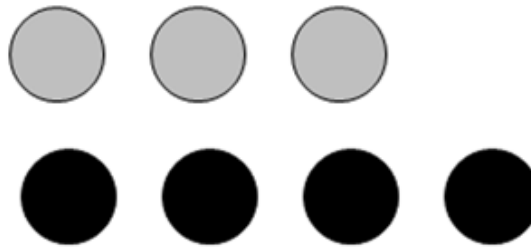


# Теория на Бейс при вземане на решения

- $p_1(x,y)$  – вероятност елемент  $(x,y)$  да принадлежи на клас 1
- $p_2(x,y)$  – вероятност елемент  $(x,y)$  да принадлежи на клас 2
- Ако  $p_1(x,y) > p_2(x,y)$ , то  $(x,y)$  принадлежи на клас 1
- Ако  $p_1(x,y) < p_2(x,y)$ , то  $(x,y)$  принадлежи на клас 2

# Вероятност

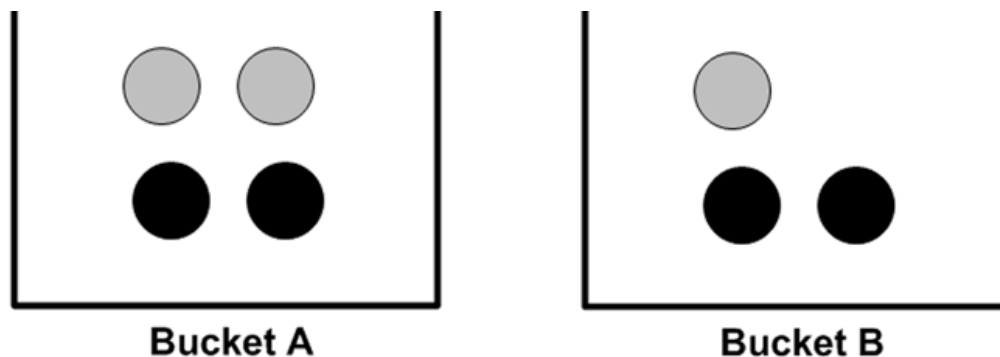
- Кофа със сиви и черни топки



- Вероятност да извадим сива топка от кофата –  $P(\text{сива}) = \frac{\text{Брой сиви топки}}{\text{Брой топки}} = \frac{3}{7}$
- Вероятност да извадим черна топка от кофата –  $P(\text{черна}) = \frac{\text{Брой черни топки}}{\text{Брой топки}} = \frac{4}{7}$

# Условна вероятност (conditional probability)

- Нека топките са разпределени в две кофи – Bucket A и Bucket B



- Работим с **условни вероятности**
  - Вероятност да извадим сива топка от bucket B -  
 $P(\text{сива}|\text{bucket B}) = \frac{1}{3}$
  - Вероятност да извадим сива топка от bucket A -  
 $P(\text{сива}|\text{bucket A}) = \frac{2}{4}$

# Изчисляване на условна вероятност

- $P(\text{сива} \mid \text{bucket } B) = \frac{P(\text{сива и } \text{bucket } B)}{P(\text{bucket } B)}$
- $P(\text{сива и } \text{bucket } B) = \frac{1}{7}$
- $P(\text{bucket } B) = \frac{3}{7}$
- $P(\text{сива} \mid \text{bucket } B) = \frac{P(\text{сива и } \text{bucket } B)}{P(\text{bucket } B)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{1}{3}$

# Правило на Бейс за работа с условни вероятности

- Правилото трансформира вероятност  $p(x|c)$  в  $p(c|x)$ :

$$p(c|x) = \frac{p(x|c)p(c)}{p(x)}$$



# Класификация с условни вероятности

- $p(x, y|c_1)$  и  $p(x, y|c_2)$  - вероятности елемент  $(x, y)$  да принадлежи на клас  $c_1, c_2$
- $p(c_i|x, y) = \frac{p(x, y|c_i)p(c_i)}{p(x, y)}$
- **Правило на Бейс за класификация (Бейсов класификатор)**

Ако  $p(c_1|x, y) > p(c_2|x, y) \Rightarrow (x, y) \in c_1$

Ако  $p(c_1|x, y) < p(c_2|x, y) \Rightarrow (x, y) \in c_2$

# Класификация на документи чрез наивен Бейс

- Класификация на документи – email, новини и др.
- Думи в документа – променливи (features)
- Наивен Бейс (Naïve Bayes) – разширение на Бейсовия класификатор – популярен алгоритъм за класификация

# Допускания в алгоритъма наивен Бейс

1. Всички променливи са статистически независими – напр. в документ всяка дума може да се среща еднакво често в комбинация с всички други думи

2. Всички променливи са с еднаква важност

Тези допускания не са верни във всички случаи, напр.:

**„вкусен бекон“** в рекламни съобщения се среща по-често от **„нездравословен бекон“**

Въпреки тези „наивни“ допускания алгоритъмът е ефективен за много практически задачи

# Пример за класификация чрез наивен Бейс

- Класифицираме текстови съобщения като обидни (клас 1) или необидни (клас 0)
- Обучителни данни (training data set)

```
postingList=[  
    ['my', 'dog', 'has', 'flea', 'problems', 'help', 'please'],  
    ['maybe', 'not', 'take', 'him', 'to', 'dog', 'park', 'stupid'],  
    ['my', 'dalmation', 'is', 'so', 'cute', 'I', 'love', 'him'],  
    ['stop', 'posting', 'stupid', 'worthless', 'garbage'],  
    ['mr', 'licks', 'ate', 'my', 'steak', 'how', 'to', 'stop', 'him'],  
    ['quit', 'buying', 'worthless', 'dog', 'food', 'stupid']  
]  
classVec = [0,1,0,1,0,1] #1 - обидно, 0 – не е обидно
```

# Обработване на текстово съобщение

- Създаваме речник с думи

```
>>myVocabList
```

```
['cute', 'love', 'help', 'garbage', 'quit', 'I', 'problems', 'is', 'park',  
'stop', 'flea', 'dalmation', 'licks', 'food', 'not', 'him', 'buying',  
'posting', 'has', 'worthless', 'ate', 'to', 'maybe', 'please', 'dog',  
'how', 'stupid', 'so', 'take', 'mr', 'steak', 'my']
```

- Проверяваме всички думи в даденото съобщение и формираме вектор. Ако думата присъства в речника, във вектора записваме 1, в противен случай 0. В резултат се получава вектор във вида:

```
[0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1,  
0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]
```

# Изчисляване на вероятности

- $p(c_i|w) = \frac{p(w|c_i)p(c_i)}{p(w)}$ , където  $w$  – вектор с всички думи в речника
- Изчисляваме  $p(c_1|w)$  и  $p(c_2|w)$  и ги сравняваме
- Как изчисляваме  $p(c_i|w)$ ?
  - $p(c_i)$  – брой срещания на клас  $i$  (обидно или необходимо съобщение)/общ брой съобщения
  - $p(w|c_i) = p(w_0, w_1, w_2, \dots, w_N|c_i) = p(w_0|c_i)p(w_1|c_i)p(w_2|c_i) \dots p(w_N|c_i)$  - поради наивното допускане за независимост на променливите (в случая думите в текста)

# Функция за изчисляване на условни вероятности

*Преброяваме броя на съобщенията във всеки клас*

*За всяко съобщение от обучителните данни:*

*За всеки клас:*

*Ако дадена сума се среща в съобщението->увеличаваме броя за тази дума*

*Увеличаваме броя на думите*

*За всеки клас:*

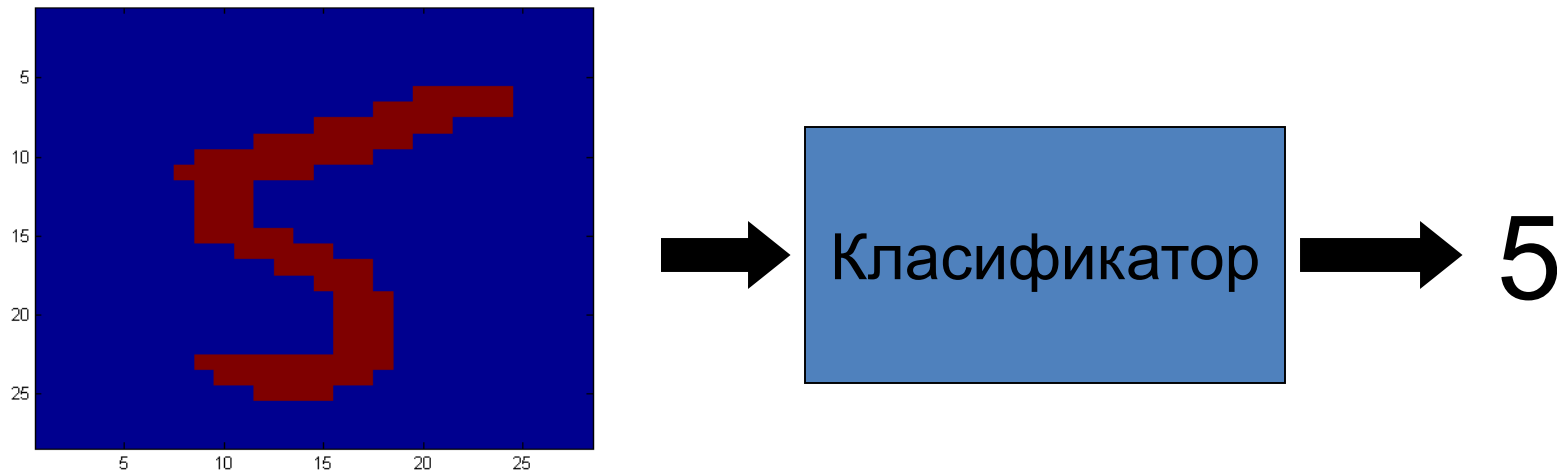
*За всяка дума:*

*Разделяме броя на срещанията на думата в класа на общия брой на срещанията на думата (изчисляваме условна вероятност)*

*Връща условни вероятности за всеки клас*

# Друго приложение

- Разпознаване на ръкописна цифра



- $X_1, \dots, X_n \in \{0, 1\}$  (Черни/бели пиксели )
- $Y \in \{5, 6\}$  (Предсказваме дали цифрата е 5 или 6)



# Бейсов класификатор

- За да изпълним класификацията, изчисляваме вероятност:

$$\arg \max_Y P(Y|X_1, \dots, X_n)$$

- (напр.: каква е вероятността изображение с дадени писели да изобразява цифрата 5?)

# Бейсов класификатор

- Използваме правило на Бейс

$$P(Y|X_1, \dots, X_n) = \frac{P(X_1, \dots, X_n|Y)P(Y)}{P(X_1, \dots, X_n)}$$

# Бейсов класификатор

- Прилагаме правилото при разпознаване на цифра:

$$P(Y = 5|X_1, \dots, X_n) = \frac{P(X_1, \dots, X_n|Y = 5)P(Y = 5)}{P(X_1, \dots, X_n|Y = 5)P(Y = 5) + P(X_1, \dots, X_n|Y = 6)P(Y = 6)}$$
$$P(Y = 6|X_1, \dots, X_n) = \frac{P(X_1, \dots, X_n|Y = 6)P(Y = 6)}{P(X_1, \dots, X_n|Y = 5)P(Y = 5) + P(X_1, \dots, X_n|Y = 6)P(Y = 6)}$$

- Изчисляваме горните две вероятности и класифицираме на база на по-голямата вероятност

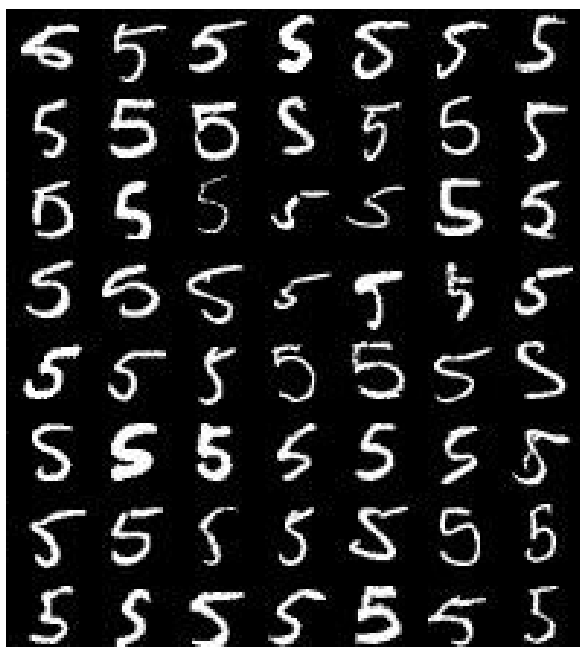
# Наивно допускане при Бейс

- Допускаме, че всички променливи  $X$  са независими, т.е.:

$$P(X_1, \dots, X_n | Y) = \prod_{i=1}^n P(X_i | Y)$$

# Обучение чрез наивен Бейс

- Обучение на Бейсовия класификатор с данни:



MNIST обучителни данни

# Обучение на наивен Бейсов класификатор

- Обучение на наивен Бейсов класификатор:
  - Изчисляваме вероятността  $P(Y=v)$  като брой обучителни данни, за които  $Y=v$

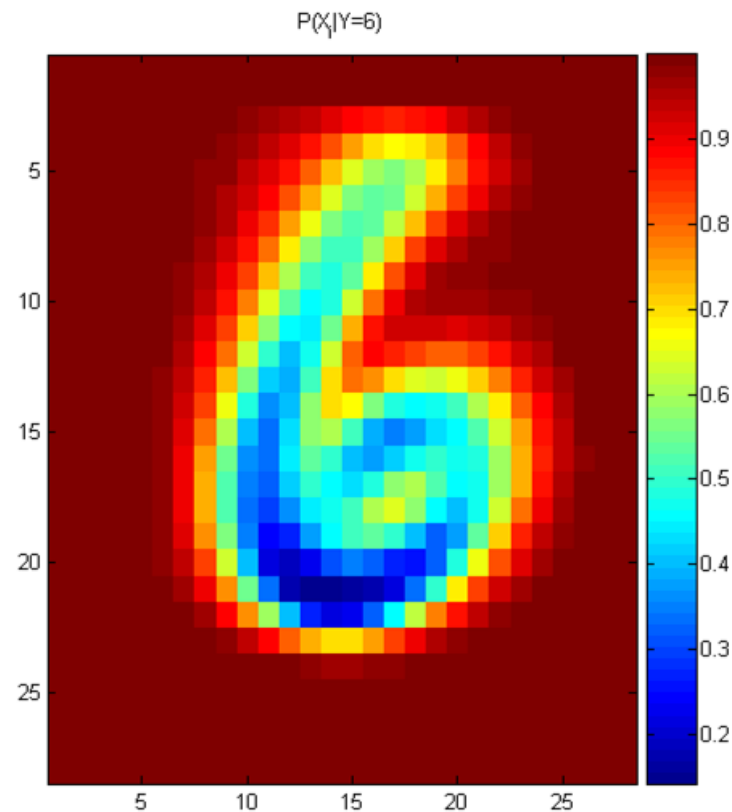
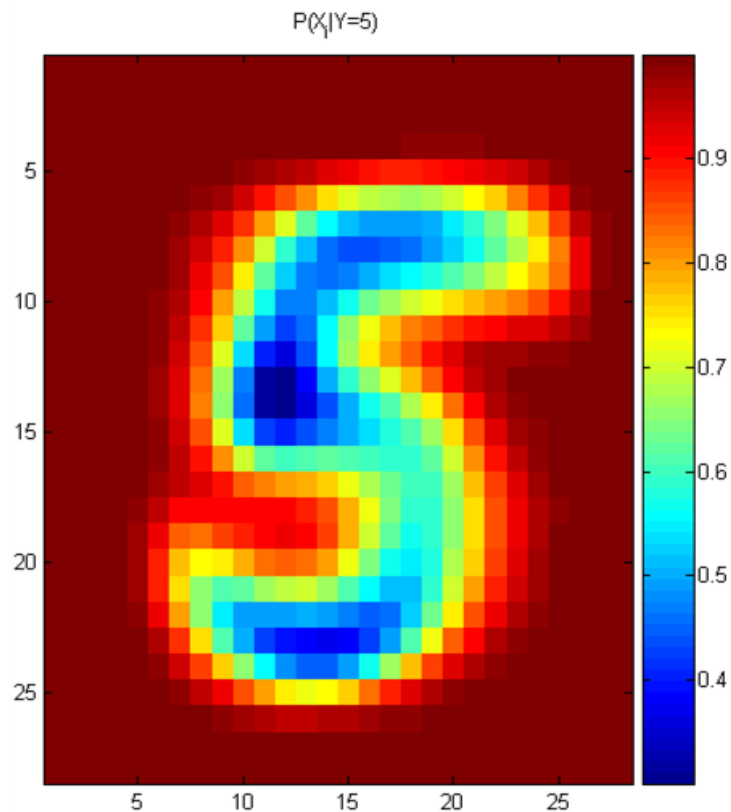
$$P(Y = v) = \frac{Count(Y = v)}{\# records}$$

- Оценяваме вероятността  $P(X_i=u | Y=v)$  като брой обучителни данни, за които  $Y=v$  при  $X_i=u$

$$P(X_i = u | Y = v) = \frac{Count(X_i = u \wedge Y = v)}{Count(Y = v)}$$

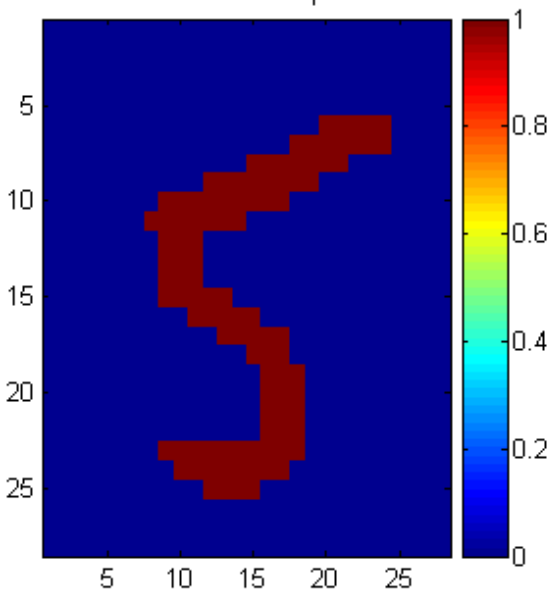
# Обучение на наивен Бейсов класификатор

- В примера с ръкописните цифри обучението намира средните вероятности за разпознаване на цифра 5 и цифра 6

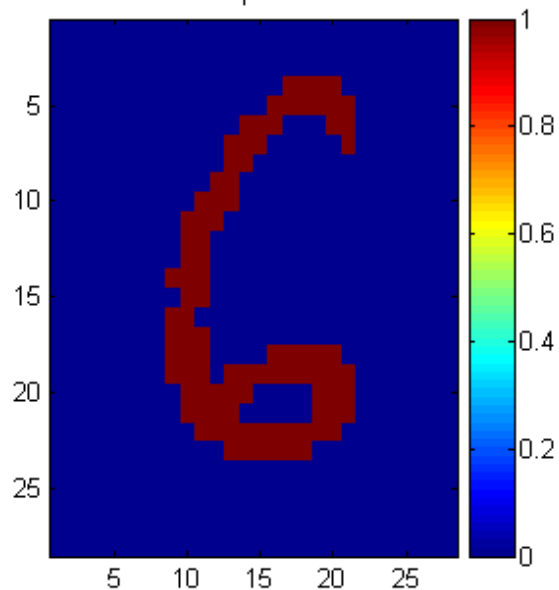


# Класификация чрез Бейс

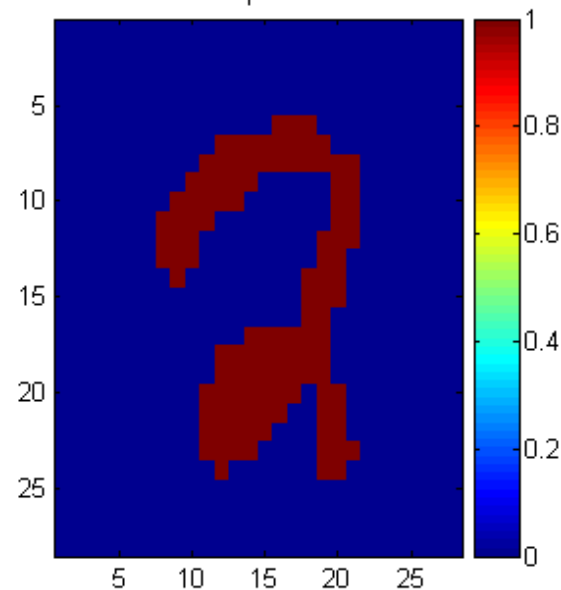
Prediction: 5 with prob 1



Prediction: 6 with prob 9.997968e-001



Prediction: 5 with prob 8.632034e-001





# Обобщение

- Предимства на наивен Бейсов класификатор
  - Относително проста реализация
  - Обучаване с малко на брой данни
  - Бърз
- Недостатъци
  - Допускането за независимост на променливите
    - не е приложимо във всички случаи